

Associació Catalana de GeoGebra

XVI Jornada de l'ACG

*Com ens ajuda el GeoGebra a pensar
matemàticament?*



**CONJETURA Y DEMOSTRACIÓN EN
GEOMETRÍA A PARTIR DE
EXPLORACIONES CON GEOGEBRA -
APRENDIZAJE ACTIVO EN EL AULA**

Pedro Pimenta

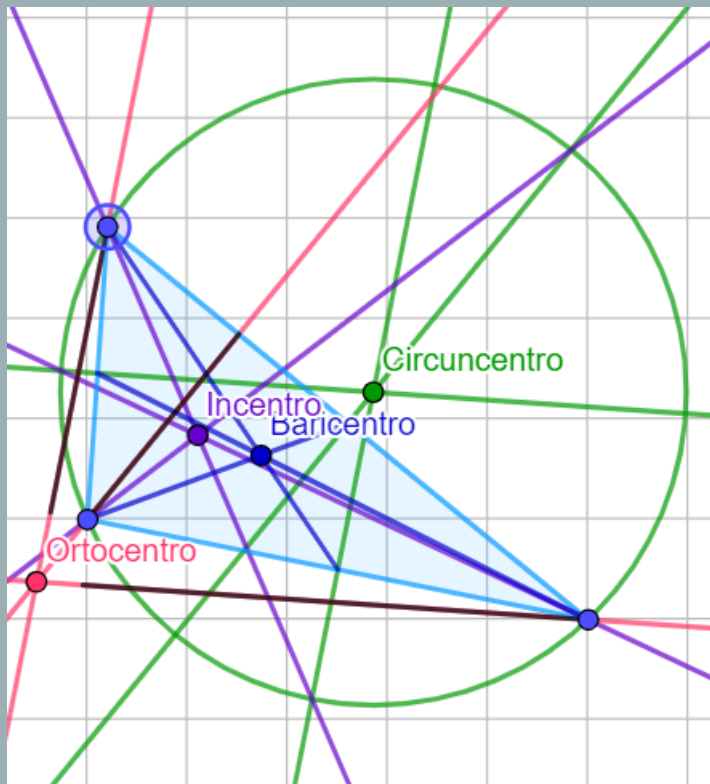


NOVA SCHOOL OF
SCIENCE & TECHNOLOGY



CURRICULUM

New secondary school Mathematics program in Portugal - 2024



Plan de estudios (10.º año)

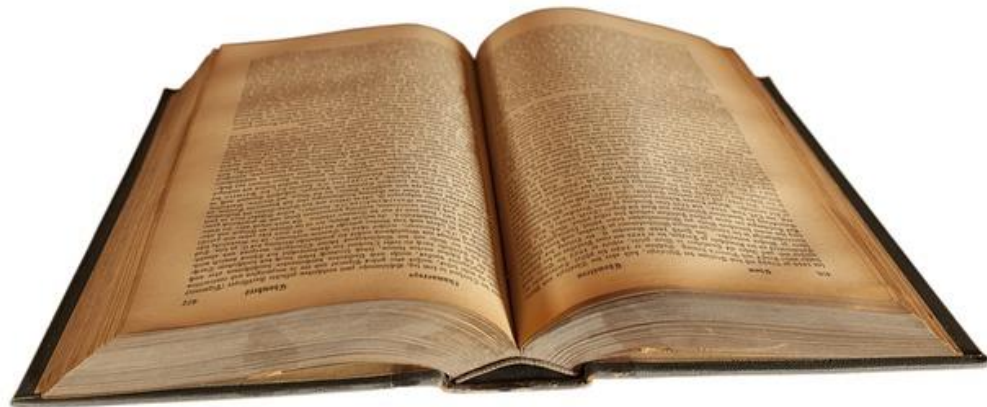
Pruebas en geometría sintética plana:

- Centros de un triángulo: circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro.
- Recta de Euler; círculo de 9 puntos.

Más allá de lo básico:

- 54 000 centros distintos (Clark Kimberling)
- desigualdades con medidas de triángulos

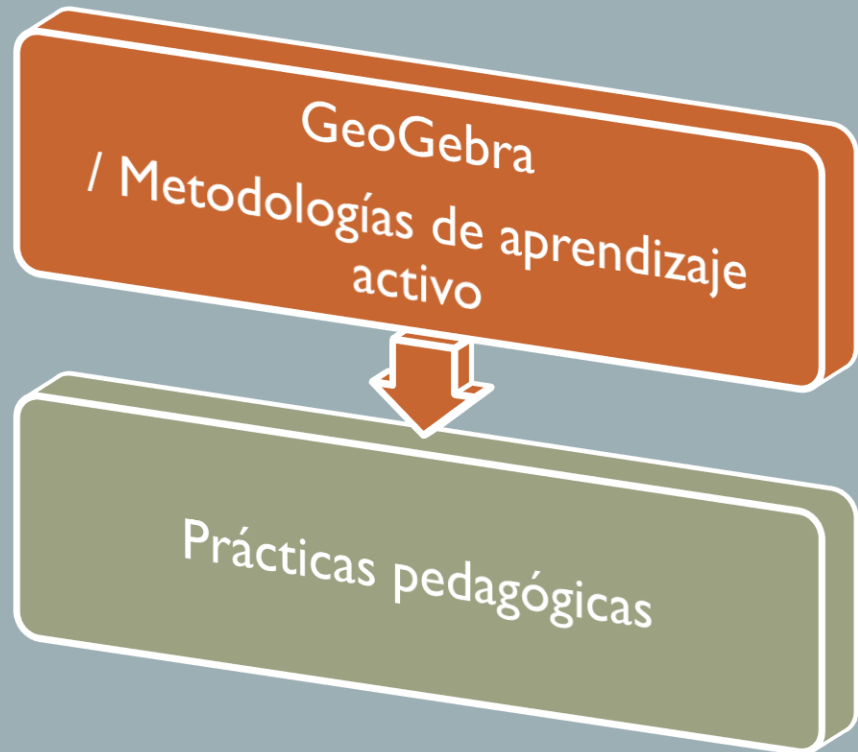
LITERATURA



The use of GeoGebra in an educational context is a valuable resource that can contribute to improving pedagogical practices and fostering more meaningful learning (p.e., Weinhandl et al., 2020).

Students positively value the proposed tasks and the use of GeoGebra to develop them. (García et al., 2020)

PROBLEMA



Programas de desarrollo profesional

Además de las propuestas para los estudiantes, es esencial incorporar actividades similares en el contexto de la formación del profesorado.
(p.e. Hashweh, M., 2013)

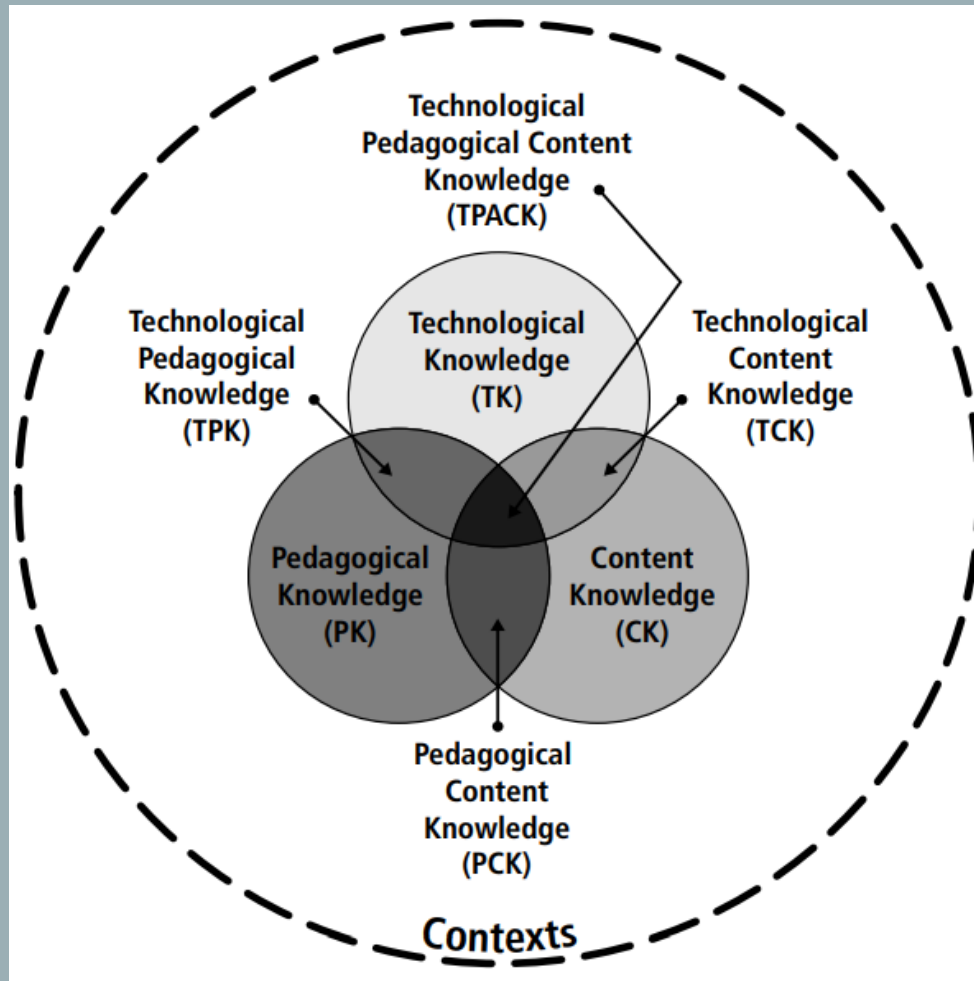
- Explorar conjeturas
- Construir argumentos deductivos
- Crear enunciados matemáticos interesantes

THEORETICAL BACKGROUND

With regard to the development of teachers' knowledge and skills for the efficient mathematics teaching with technology, we have as a reference the PCK model (Shulman, 2011) with the integration of technology, resulting in TPACK, as introduced by Mishra and Koehler (2006).

TPACK underpins «truly meaningful and deeply technology-enhanced teaching (p.16)» (Koehler et al., 2013), which goes beyond the three types of knowledge individually.

TPACK can be developed in a continuous teacher training environment (Hashweh, 2013)

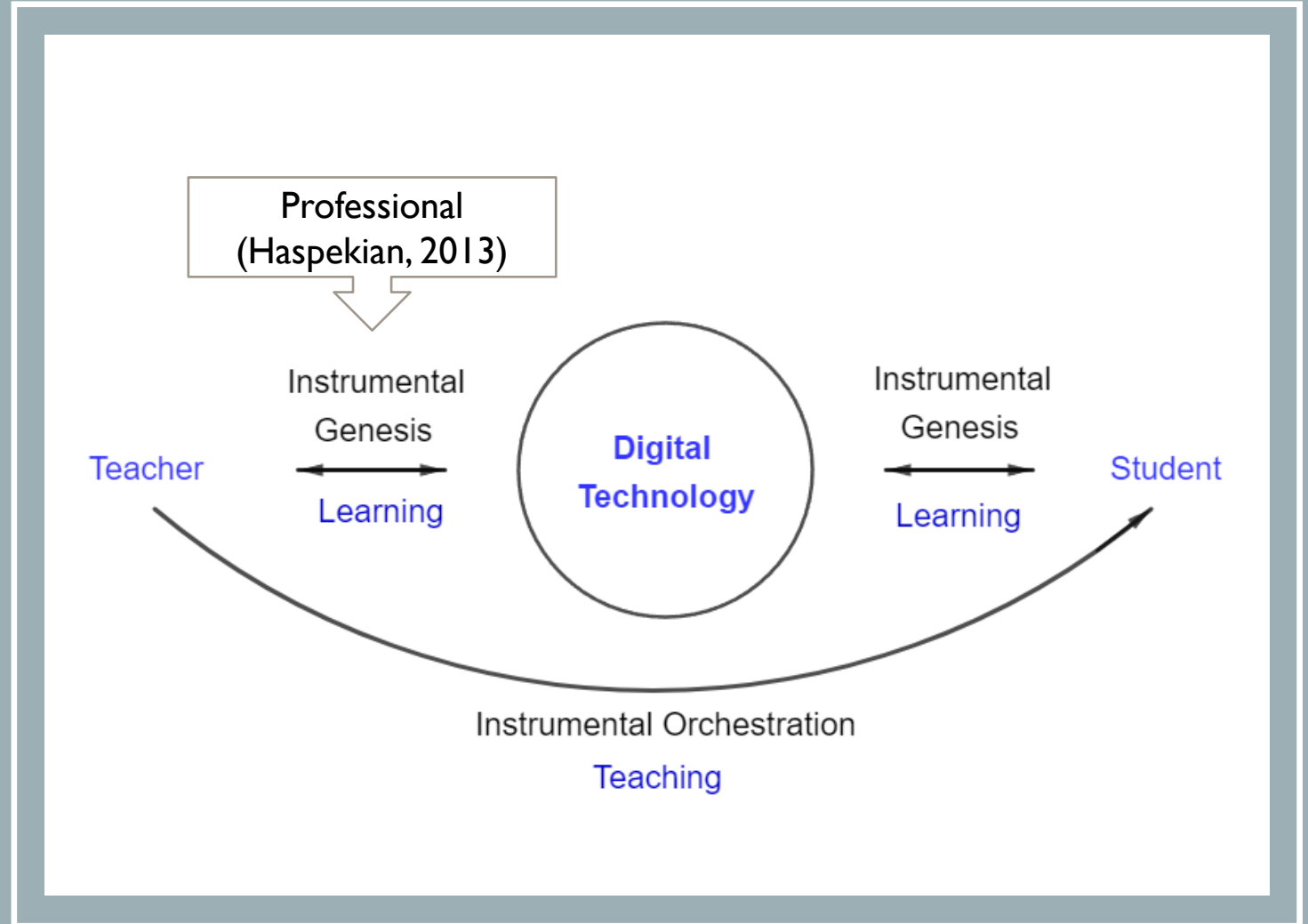


TPACK (Koehler et al., 2013)

THEORETICAL BACKGROUND

**Instrumental genesis and
Instrumental orchestration**
in teaching and learning processes
using technology

(Pimenta et al., 2022, based in
Rabardel, 1995, and Trouche, 2004)



EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA

Exploración I

Actividad de introducción

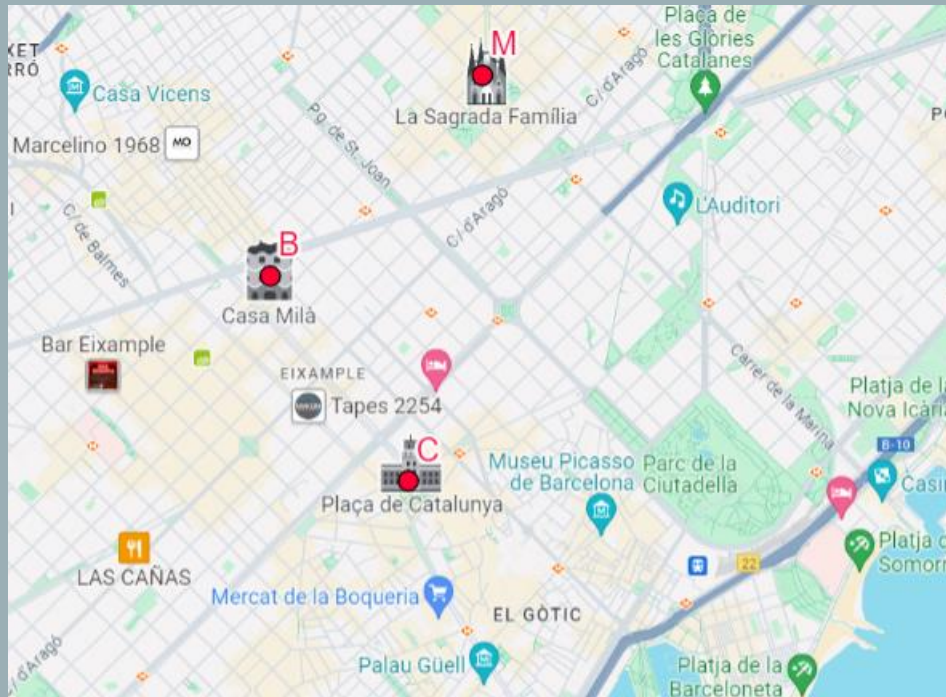
Resolución de problemas (vida cotidiana)

Tarea A

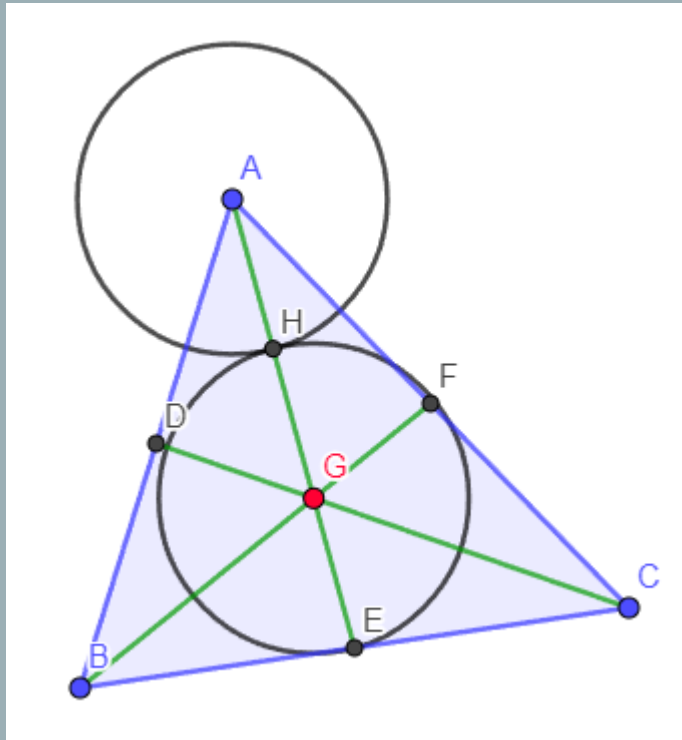
Determinar lo(s) punto(s) a la misma distancia de dos puntos.

Tarea B

Determinar lo(s) punto(s) a la misma distancia de tres puntos



EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA



Exploración 2

Descomposición de una mediana por el baricentro

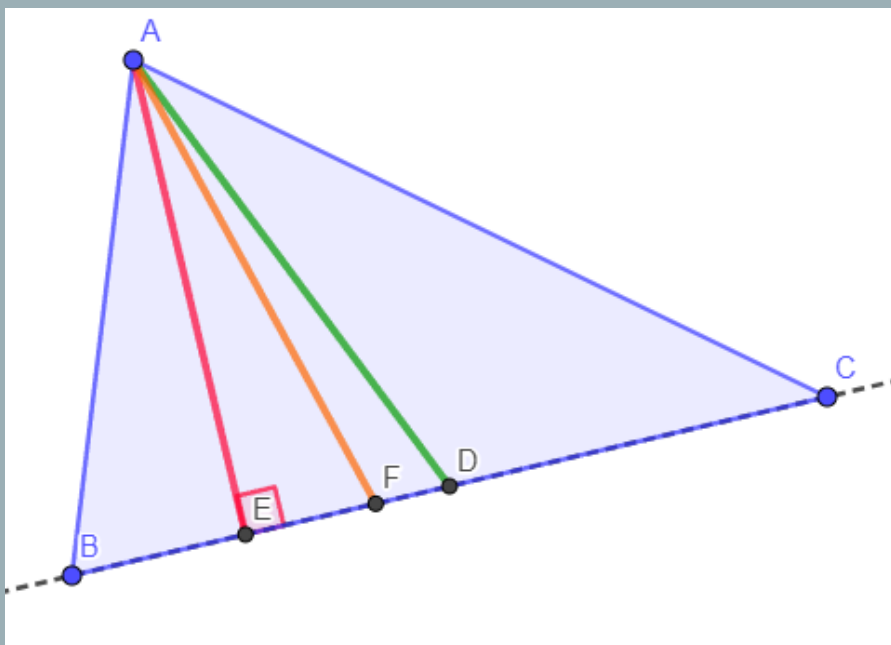
Tarea A

El baricentro de un triángulo descompone una mediana en dos segmentos de recta. ¿Cuál es la relación entre las longitudes de estos segmentos de recta?

Tarea B (tras exploración en GeoGebra y conjetura)

Demostrar que el baricentro descompone una mediana en dos segmentos de recta cuyas longitudes están en la razón $\frac{1}{2}$.

EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA



Exploración 3

**Establecer una relación entre altura, mediana y
bisectriz (segmento)**

Tarea A

Dado un triángulo, ¿qué relación se puede establecer entre las medidas de la altura, h , mediana, m , and segmento bisector, b , respecto al mismo vértice?

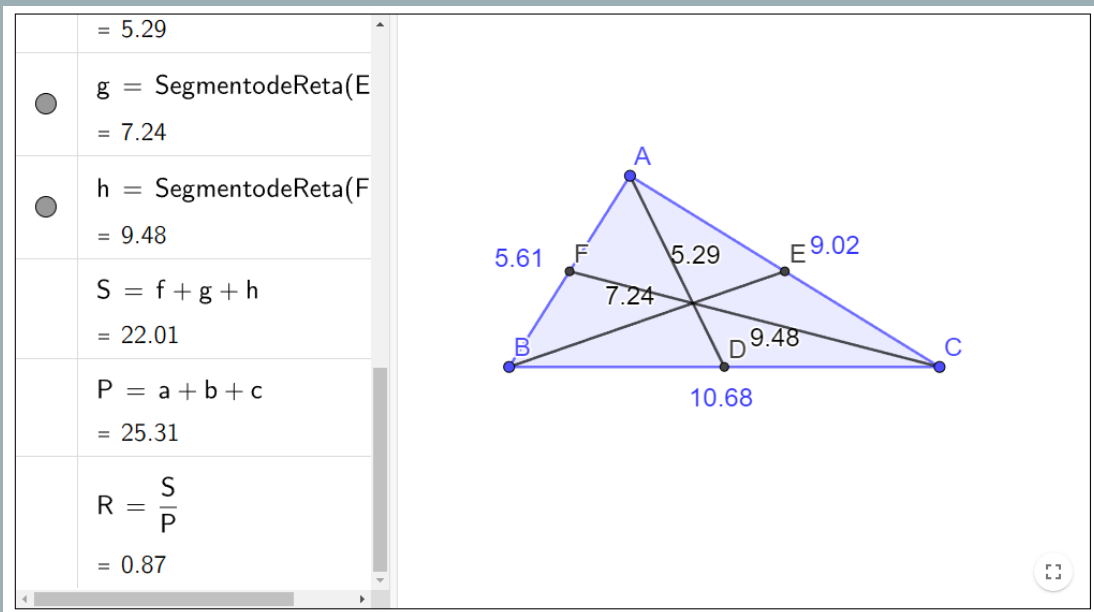
Tarea B (tras exploración en GeoGebra y conjetura)

Demuestre que $h < b < m$.

Ampliaciones:

- ¿Cuál es el valor máximo del cociente $\frac{m}{b}$?
- Es posible que, por ejemplo, $m = 10b$?

EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA



Exploración 4

Relaciones entre medidas lineales en un triángulo

Tarea A

Sea P el perímetro de un triángulo y S la suma de las longitudes de las tres medianas.

¿Qué valores puede tomar la relación $\frac{P}{S}$?

Tarea B

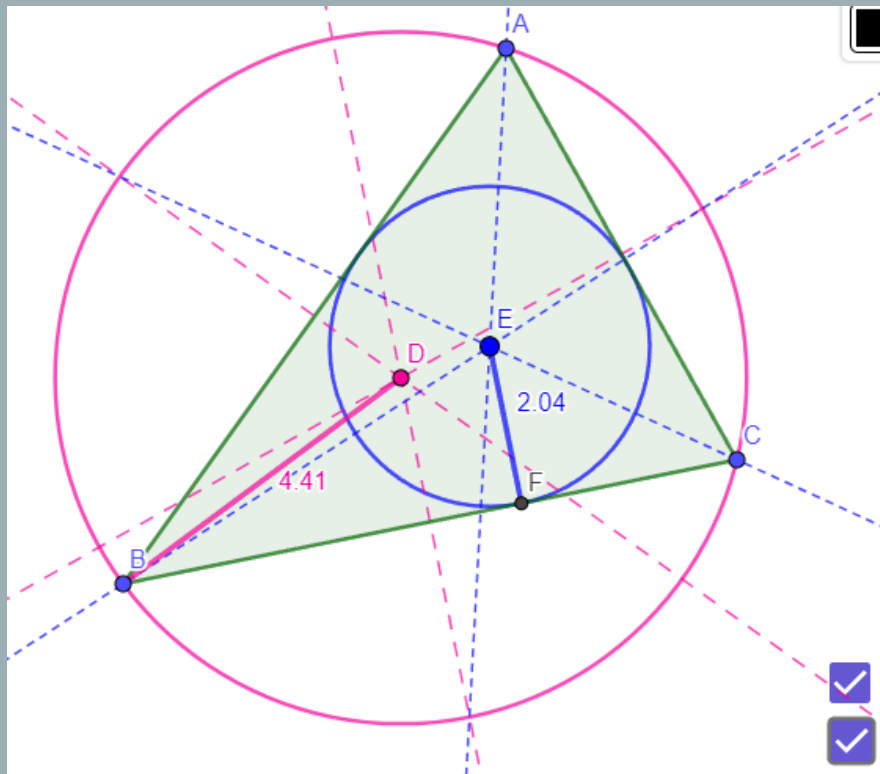
Demuestre que $\frac{3}{4} < \frac{P}{S} < 1$.

Ampliación:

- Si es posible, establece relaciones similares para alturas y segmentos de bisectrices de ángulos.

(Manuel Silva)

EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA



Exploración 5

Relación entre el circunradio y el inradio

Tarea A

Sea R y r el circunradio y el inradio de un triángulo dado. Qué relación se puede establecer entre R y r ?

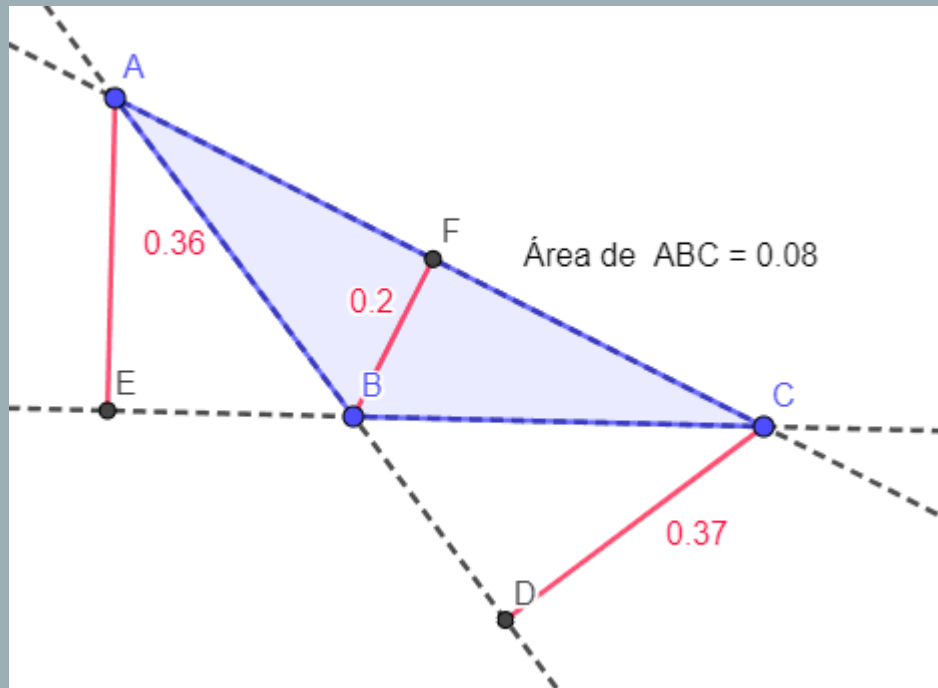
Tarea B

Demuestre que $\frac{R}{r} \geq 2$.

Extensiones :

- ¿En qué circunstancias es $R = 2r$?
- Defina un triángulo para el que $R = 10r$.

EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA



Exploración 6

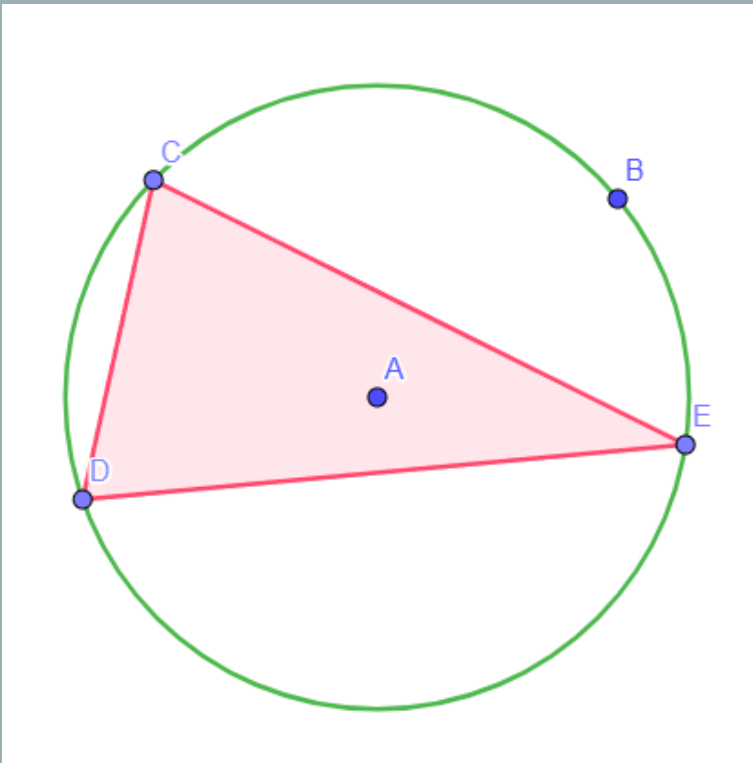
¿Es posible tener un triángulo con un área grande pero con alturas despreciables?

Problema

¿Es posible tener un triángulo con un área grande pero con alturas despreciables?

- ¿Cuál es tu intuición?
- ¿Cómo explorar el problema geoméricamente con GeoGebra?
- ¿Cómo explorar este problema algebraicamente?

EXPLORACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA



Exploración 7

Triángulos inscritos en un círculo.

Problema

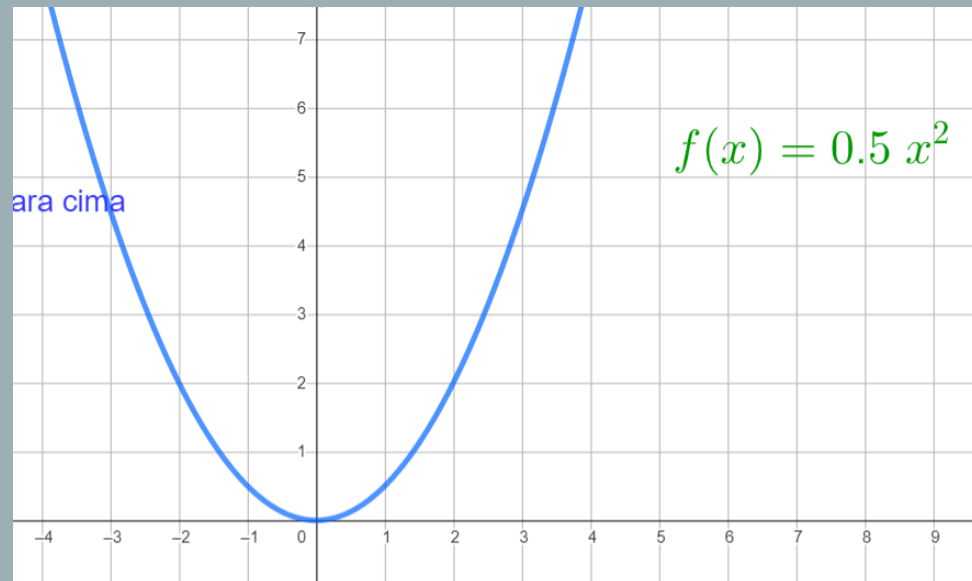
¿Hay dos triángulos semejantes, pero no congruentes inscritos, en la misma circunferencia?

Extensions:

- ¿Existen triángulos congruentes inscritos en una misma circunferencia?
- Y si fijamos un vértice de un triángulo inscrito en una circunferencia, ¿cuántos triángulos congruentes con el mismo vértice podemos inscribir en la circunferencia?

(Manuel Silva)

EXPLORACIONES EN ÁLGEBRA Y FUNCIONES CON GEOGEBRA



Exploración 7

Ejemplo de modelado con funciones, usando el
campo de entrada y la hoja de cálculo.

Moltes gràcies!

pedroferreirapimenta@gmail.com